

APRENDIZAJE DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Escrito por Ángel Martínez Recio

Ángel Martínez Recio
Universidad de Córdoba. ma1mare@uco.es

RESUMEN

Como consecuencia del impacto del proyecto PISA, el tema de las competencias básicas, matemáticas en particular, aparece como un tema de carácter destacado en nuestro escenario educativo.

Procede, pues, aportar ideas que ayuden desarrollar procesos de enseñanza/aprendizaje de competencias matemáticas básicas. En este artículo se aportan algunas de ellas, tanto de carácter teórico, como de carácter práctico.

ABSTRACT

As a consequence of the impact provoked by the PISA Project Report, basic competences stand out as an interesting topic, with particular reference to Mathematics in our educational environment.

Therefore, it is essential to provide new ideas which help to develop successful teaching/learning processes focused on mathematic basic competence. In this paper, we give some theoretical and practical ideas about this topic.

1. COMPETENCIAS

El concepto de competencia surgió en el mundo empresarial para designar al conjunto de elementos o factores que son necesarios para el éxito en el desempeño profesional.

McClelland fue el primero en acuñar el término «competencia». Su artículo "Testing for Competence rather than for Intelligence" (1973), sigue siendo un referente histórico en este campo. McClelland consideró no sólo aspectos tales como conocimientos y habilidades, sino también otros que pueden incidir en un desempeño satisfactorio del puesto de trabajo: sentimientos, creencias, valores, actitudes,....

Desde los años 90, la Unión Europea viene instando a los Gobiernos europeos a mejorar y redefinir sus sistemas educativos, buscando objetivos de calidad, con la finalidad de promover la sociedad del conocimiento. Diversos documentos han incidido en la idea de crear un sistema europeo que permita comparar, difundir y evaluar competencias básicas y las mejores metodologías para su adquisición.

En un marco internacional más amplio, como es el de la OCDE, se han puesto en práctica proyectos con ese objetivo de comparación de resultados educativos entre diferentes países.

Merece especial mención, en este sentido, el proyecto PISA (*Programme for Indicators of Student Achievement*), que es un extenso estudio de evaluación internacional comparada, efectuado en el seno de la OCDE.

También procede destacar el proyecto DeSeCo (Definition and Selection of Competencies), así mismo desarrollado en el ámbito de la OCDE, encargado de definir y seleccionar las competencias consideradas esenciales para la vida de las personas y el buen funcionamiento de la sociedad.

En este proyecto se define el término competencia como *"Capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz"*. Sus rasgos diferenciales serían los siguientes: primero, constituye un "saber hacer" (un saber que se aplica); segundo, es "un saber hacer" susceptible de adecuarse a una diversidad de contextos; tercero, tiene un carácter integrador, abarcando conocimientos, procedimientos y actitudes.

Es importante comprender que las competencias se manifiestan en la realización de tareas. Las tareas son esquemas de acción, esquemas de pensamiento orientados a la realización de tareas prácticas. Deben tener relevancia para las personas implicadas.

Especial importancia para la educación obligatoria tienen las competencias básicas, que son las competencias imprescindibles para cualquier persona, independientemente de su condición social, para un adecuado desempeño de su vida personal o profesional.

En España, el artículo 6 de La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, sitúa las competencias básicas como uno de los elementos fundamentales del currículo: "A los efectos de lo dispuesto en esta Ley, se entiende por currículo el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en la presente Ley".

El propio preámbulo de la Ley comenta: "Especial interés reviste la inclusión de las competencias básicas entre los componentes del currículo, por cuanto debe permitir caracterizar de manera precisa la formación que deben recibir los estudiantes".

El R.D. 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria dedica su anexo 1 a las competencias básicas, señalando: "La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. De ahí su carácter básico. Son aquellas competencias que debe haber desarrollado un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr su realización personal, ejercer la ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida".

En el marco de las propuestas realizadas por la Unión Europea, se identifican en el Decreto ocho competencias básicas:

- Competencia en comunicación lingüística.

- Competencia matemática.
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
- Tratamiento de la información y competencia digital.
- Competencia social y ciudadana.
- Competencia cultural y artística.
- Competencia para aprender a aprender.
- Autonomía e iniciativa personal.

Como características que se les demandan a todas ellas pueden señalarse:

- Deben incluir una combinación de saber, habilidades y actitudes.
- Deben ser transferibles (aplicable en varias situaciones y contextos).
- Han de ser multifuncionales (deben poder ser utilizadas para conseguir múltiples objetivos).
- Deben proveer una respuesta adecuada a los requisitos de situaciones o trabajos específicos. Deben constituir, para todas las personas, el prerrequisito para un adecuado desempeño de su vida personal y laboral y la base de los aprendizajes posteriores.

2. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

2.1. Proyecto PISA

Para el estudio y determinación de las competencias matemáticas básicas, nos apoyaremos en los propios proyectos que han introducido este nuevo tipo de términos en el mundo de las matemáticas. En primer lugar, el proyecto PISA.

Hay que decir, de entrada, que el proyecto PISA evalúa sólo conocimientos y destrezas, renunciando explícitamente a evaluar actitudes y emociones.

Ese mismo planteamiento haremos nosotros, que nos planteamos determinar de forma operativa los conocimientos y destrezas que forman parte de las competencias matemáticas básicas, así como las tareas apropiadas para promover su adquisición y hacer factible su evaluación, renunciando por el momento a operativizar elementos tales como motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento.

El proyecto PISA explicita 8 tipos de competencias matemáticas:

- *Pensar y Razonar*
- *Argumentar*
- *Comunicar*
- *Construir modelos*
- *Plantear y resolver problemas*
- *Representar*
- *Utilizar un lenguaje simbólico, formal y técnico*
- *Utilizar herramientas de apoyo (por ejemplo, TIC)*

Cada una de las competencias contiene un conjunto extenso de elementos de competencia y admite diferentes niveles de profundidad. Los expertos del proyecto PISA consideran tres niveles de complejidad en los problemas matemáticos y en las competencias demandadas por los mismos:

Primer nivel: Reproducción y procedimientos rutinarios.

En este nivel se engloban aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reiteración de los conocimientos practicados, como son las representaciones de hechos y problemas comunes, recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, reconocimiento de equivalencias, utilización de procesos rutinarios, aplicación de algoritmos, manejo de expresiones con símbolos y fórmulas familiares, o la realización de operaciones sencillas. Un ejemplo de ejercicio propio de este nivel es la resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita.

Segundo nivel: Conexiones e integración para resolver problemas estándar.

El nivel de conexiones permite resolver problemas que no son simplemente rutinarios, pero que están situados en contextos familiares o cercanos. Plantean mayores exigencias para su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación, o bien enlazar diferentes aspectos con el fin de alcanzar una solución.

Un ejemplo de problema ajustado a este nivel es el siguiente: *"Una pizzería sirve dos pizzas redondas, del mismo grosor en diferentes tamaños. La menor tiene un diámetro de 30 centímetros y cuesta 3 euros. La mayor tiene un diámetro de 40 centímetros y cuesta 4 euros. ¿Qué pizza tiene mejor precio?"*

Tercer nivel: Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Este nivel moviliza competencias que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos o enlazar conocimientos de distintas procedencias. Las tareas de este nivel requieren competencias más complejas, implican un mayor número de elementos, exigen análisis de diferentes estrategias posibles, invención de sistemas de representación no usuales, generalización y explicación o justificación de los resultados.

2.2. Prueba de Diagnóstico de la Junta de Andalucía

Al calor de las pruebas PISA, en nuestra Comunidad Autónoma Andaluza se vienen desarrollando todos los años unas pruebas de evaluación para diagnóstico del sistema educativo andaluz que también evalúan competencias matemáticas. Hay pruebas para Primaria y para ESO. Aquí nos centraremos en las de Primaria, puesto que éste es el periodo educativo del que nos ocupamos prioritariamente.

Las competencias matemáticas utilizadas para la evaluación se han clasificado en tres categorías.

- *Organizar, comprender e interpretar la información.*
- *Expresión matemática.*
- *Plantear y resolver problemas.*

2.3. Nuestra propuesta personal

Nuestra propuesta de estructura de competencias, recoge ideas de los dos sistemas anteriores.

En su presentación, con leves modificaciones, nuestra propuesta se ajusta más al formato de la Junta de Andalucía, que nos parece más operativo. Recoge, pues, las

tres dimensiones referidas para estructurar las competencias matemáticas, concretadas en los siguientes elementos de competencias, recogidos de ambas propuestas:

Organización e interpretación de la información

- Comprender la información presentada en un formato verbal y/o gráfico
- Conocer y utilizar sistemas de organización y representación de la información, en términos matemáticos
- Traducir situaciones reales a esquemas o estructuras matemáticas

Resolución del problema

- Seleccionar los datos apropiados para resolver el problema
- Formular preguntas típicas (¿cuántos son?, ¿cuánto mide?, ¿por qué?,...)
- Conocer hechos y propiedades matemáticas.
- Seleccionar y evaluar estrategias adecuadas para resolver el problema
- Desarrollar procesos matemáticos rutinarios
- Aplicar algoritmos estándares
- Utilizar herramientas de ayuda (incluidas herramientas de tecnología de la información).
- Simbolizar en términos matemáticos
- Manipular de forma estandarizada cálculos, expresiones simbólicas y fórmulas
- Seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.
- Justificar los resultados obtenidos, argumentándolos con una base matemática

Expresión del resultado

- Representar el contenido matemático en un formato verbal y/o gráfico
- Expresar correctamente los resultados obtenidos al resolver problemas
- Plantear problemas relacionados con el problema actual

Esta relación de competencias es importante, porque permite operativizar el análisis de la calidad de los problemas, para favorecer el aprendizaje de competencias matemáticas. Basta construir una rejilla con esos elementos de competencia y analizar cuáles son necesarias para resolver un problema matemático dado.

Conviene, en ese análisis, destacar los elementos de competencia que acompañan a los problemas de un mayor nivel de complejidad, los cuales demandan fuertes componentes de razonamiento matemático; auténticos problemas, no reducibles a meros ejercicios algorítmicos de carácter rutinario, que favorecerán la adquisición por parte de los alumnos de competencias de alto nivel.

Esos elementos serían:

- Conocer y utilizar sistemas de organización y representación de la información, en términos matemáticos
- Seleccionar y evaluar estrategias adecuadas para resolverlos problemas
- Simbolizar en términos matemáticos
- Seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.
- Justificar los resultados obtenidos, en la resolución de problemas, argumentándolos con una base matemática

3. UN MODELO DE TAREAS PARA EL APRENDIZAJE DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Como decíamos anteriormente, las competencias se manifiestan en la realización de tareas. Las tareas son esquemas de acción, esquemas de pensamiento orientados a la realización de tareas prácticas. Deben tener relevancia para las personas implicadas. También sabemos, de acuerdo con el proyecto PISA, que las tareas se ajustan a una situación o a un contexto dado. Y según el sentido que tienen las competencias básicas, ese contexto debe ser relevante en la vida cotidiana.

Una persona es matemáticamente competente, en un plano básico, cuando es capaz de resolver problemas, tareas de índole matemática, socialmente relevantes, que se presentan en la vida cotidiana.

Las tareas escolares deben ser relevantes para los escolares, no sólo por su valor para favorecer su inserción en la vida adulta, sino también por su valor en el propio periodo de educación de los niños, favoreciendo su integración en sus contextos cotidianos y ayudándoles a integrarse en ellos: familia, colegio, barrio, ciudad, país, etc.

A continuación exponemos un ejemplo de unidad de enseñanza, para el 1º ciclo de Primaria, acorde con estas ideas.

Conviene que introduzcamos, aunque sea brevísimamente, unos apuntes sobre nuestra metodología de enseñanza. En primer lugar, indicar que para nosotros el juego una importante significación en los procesos de aprendizaje. Habitualmente se tiende a contraponer aprendizaje y juego, como si el juego fuera un importante inconveniente para el aprendizaje. Para nosotros, sucede exactamente lo contrario: los niños, en situaciones de juego, se abren al aprendizaje de una manera natural. Hay que tener en cuenta que el juego es la forma normal de acercamiento de los niños a la realidad exterior y por eso conviene aprovecharla. Naturalmente, no hay que caer en el juego por el juego. Se trata de jugar para aprender.

El juego psicomotriz nos resulta especialmente motivador, en los primeros niveles de Primaria. Por una parte permite dar rienda suelta al caudal de energía física que tienen los niños. Por otra parte se presta muy bien a la exploración del espacio exterior, a la práctica de la medida y, desde ellos, al acercamiento a otros conceptos matemáticos.

Nuestro modelo de enseñanza de las matemáticas en educación primaria consta de tres tipos diferentes de situaciones de enseñanza.

Iniciamos el acercamiento a un tema desde una sesión de juego psicomotriz, en la que los niños exploran el espacio, mediante situaciones de juego corporal, utilizando recursos didácticos apropiados al tema.

Esa sesión sirve de motivación para trabajar, posteriormente, los conceptos propios del tema en el aula convencional, utilizando recursos didácticos apropiados para el aula.

Esos conceptos deben ser, además, trabajados en el aula de nuevas tecnologías, con ayuda de recursos didácticos virtuales.

Finalmente, planteamos una sesión de problemas de enunciado verbal, en el aula tradicional otra vez, para acostumbrarlos a los tipos de problemas que les ponen en las pruebas PISA o similares.

UNIDAD DE ENSEÑANZA: EXPLORAMOS NUESTRA CLASE

Sesión lúdica en el Gimnasio, de iniciación a las medidas de longitud (1 hora)

- Nos movemos por el espacio, al ritmo de la música (música rítmica, 2 minutos).
- Nos movemos por el espacio, al ritmo de la música, saludando a los compañeros que nos encontremos por el camino (música rítmica, 2 minutos).
- Formamos parejas. Nos movemos por el espacio, en pareja, al ritmo de la música (música rítmica, 2 minutos).
- Formamos grupos de 6 miembros. Nos movemos por el espacio, en grupos, al ritmo de la música (música rítmica, 2 minutos).
- (Se reparten cuerdas). Formamos casas con las cuerdas. Nos movemos por el espacio, en grupos, al ritmo de la música, fuera de las casas. Cuando pare la música, nos metemos dentro de nuestra casa (música rítmica, 5 minutos).
- (Se reparten más cuerdas). Formamos, con cuerdas, un camino entre nuestra casa y otra casa. Esperamos que se formen todos los caminos. Visitamos las casas de nuestros compañeros (música clásica, 10 minutos).
- (Se reparten varillas de madera). Estas varillas miden un metro. Vamos a medir, con ayuda de las varillas, la longitud de los caminos entre las casas, es decir, el número de metros que tiene cada camino. Anotamos los datos en un folio (música clásica, 10 minutos).
- (Se reparten lanas, una caja de regletas Cuisenaire, masilla de pegar y una cartulina grande por grupo). Representamos las casas y los caminos con lanas, pegadas a la cartulina con la masilla. Comprobamos con ayudas de las regletas Cuisenaire que las distancias entre las casas es correcta. Cada metro de las casas en el Gimnasio lo hacemos corresponder con un decímetro (una regleta naranja) sobre la cartulina (música clásica, 20 minutos).

Sesión en el aula tradicional (1 hora)

- Vamos a construir un plano de nuestra clase. Pedimos a un alumno que, con ayuda de las varillas de 1 metro y regletas Cuisenaire, mida la longitud de una pared. Revisamos sus cálculos entre todos. Repetimos con otros alumnos para las restantes paredes (15 minutos).
- Por parejas, vamos a representar el rectángulo del suelo de la clase, sobre una cartulina, utilizando palillos de dientes planos, pegados con pegamento sobre la cartulina. Cada palillo debe representar 1 metro. Si es necesario, se utilizan trozos de palillo (10 minutos).

- Representamos sobre la cartulina, con regletas Cuisenaire pegadas con masilla, las mesas, sillas y armarios de la clase, cuidando que haya concordancia relativa con las distancias y longitudes reales (15 minutos).

- El profesor le enseña a cada pareja su propio croquis, lo compara con el que ellos han hecho, les hace ver los errores y les ayuda a corregirlo. (20 minutos).

Sesión en el aula de informática (3 horas).

- Jugamos con la longitud
- Sistema métrico decimal
- Conversión de unidades
- Perímetros de cuadriláteros
- Perímetros de cuadrados
- Perímetros de triángulos
- Con ayuda de un programa de dibujo (por ejemplo, <http://www.sketchr.net/draw/>, <http://www.cerotec.net/aplicaciones/pizarra/>), hacemos un plano que represente nuestra clase y sus mesas, sillas y armarios. Nos ayudamos del croquis que hicimos en clase. Cuando esté correcto, lo imprimimos.

Sesión de problemas (1 hora).

Problema 1

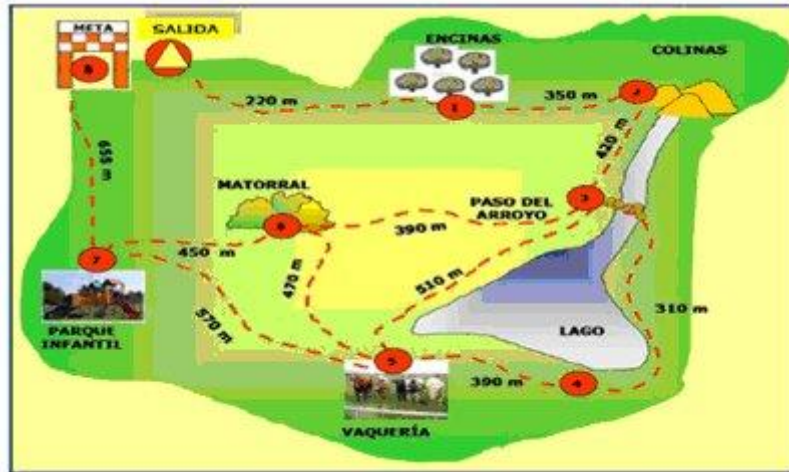
a) Tomando como unidad de longitud la longitud de una baldosa de tu clase, calcula aproximadamente la longitud, la anchura y el perímetro de la clase.

Explica como lo calculas.

b) Mide en cm. la longitud de la baldosa y calcula la longitud, anchura y perímetro de la clase en metros.

Problema 2

Varios colegios van al parque a una carrera de orientación. Se hacen 5 equipos (blanco, verde, rojo, morado), y a cada uno le dan el siguiente mapa con el recorrido:



El equipo azul, al terminar la carrera, ha pasado por los siguientes puntos: Encinas, Colinas, Paso del Arroyo, Matorral y ha terminado en el Parque Infantil. ¿Cuántos metros ha recorrido?

En la carrera de orientación el equipo azul y el verde fueron juntos hasta el punto 3. Allí, el equipo azul fue al punto 5 y después al 4, mientras que el equipo verde cruzó el río, fue al punto 4 y de allí al 5. ¿Qué equipo recorrió más metros? ¿Cuántos más?